

Stigmatisch abbildende Massenspektrographen mit Doppelfokussierung praktisch von zweiter Ordnung

Von H. LIEBL und H. EWALD

Aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule München

(Z. Naturforsch. 12 a, 541–544 [1957]; eingegangen am 4. April 1957)

Im Anschluß an die vorhergehende Arbeit¹ werden die Bedingungen diskutiert, unter welchen bei einem Massenspektrographen mit Doppelfokussierung erster Ordnung für alle Massen entlang einer geraden Bildkurve die radialen Bildfehler zweiter Ordnung an einer Stelle der Bildgeraden verschwinden und gleichzeitig der Spalt stigmatisch auf diese Stelle abgebildet wird. Dabei zeigt sich, daß es nicht möglich ist, alle vier Fehler (die Glieder mit $\alpha_r'^2$, $\alpha_r'\beta$, β^2 , $\alpha_z'^2$) gleichzeitig zu beseitigen. Es werden Anordnungen angegeben, für welche drei Fehler (Glieder mit $\alpha_r'^2$, $\alpha_r'\beta$, $\alpha_z'^2$) Null werden, während der vierte, allein von der Energiebreite herabhängende (Glied mit β^2) möglichst klein wird.

Sollen bei einem Massenspektrographen mit Doppelfokussierung erster Ordnung für alle Massen längs einer Bildgeraden die radialen Bildfehler zweiter Ordnung verschwinden, so müssen die in der vorhergehenden Arbeit¹ angegebenen Faktoren A_{11} , A_{12} , A_{22} , A_{33} einzeln Null werden. Soll außerdem noch stigmatische Abbildung erreicht werden, so muß die Bahn eines vom dingseitigen Brennpunkt P des elektrischen Feldes unter einem kleinen axialen Winkel α_z' ausgehenden Ions die (x, y) -Ebene im Punkt A wieder schneiden (siehe Abb. 1 der vorhergehenden Arbeit¹, P liegt ja auf der Mittelbahn ebenfalls in der (x, y) -Ebene). Dies braucht nur in erster Näherung erfüllt zu werden, da bei der Abbildung eines Spaltes axiale Bildfehler in die Richtung der Bildlinie fallen.

Axial ablenkende Wirkung haben außer dem Feld des Toroidkondensators noch die beiden Randfelder

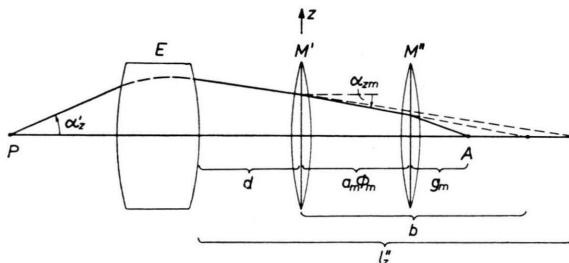


Abb. 1. Axialer Verlauf einer Ionenbahn bei stigmatischer Abbildung.

an den Magnetfeldgrenzen. In Abb. 1 ist der axiale Verlauf einer von P nach A gehenden Ionenbahn in die Zeichenebene abgewickelt dargestellt. Das elektrische Feld ist durch die dicke Linse E, die beiden Randfelder sind durch die dünnen Linsen M' und M'' symbolisiert. Für diese Linsen gelten

die drei axialen Abbildungsgleichungen

$$\begin{aligned} (g_r - g_z)(l_z'' - g_z) &= f_z^2, \\ -\frac{1}{l_z'' - d} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{a_m \operatorname{ctg} \varepsilon'}, \\ -\frac{1}{b - a_m \Phi_m} + \frac{1}{g_m} &= \frac{1}{a_m \operatorname{ctg} \varepsilon''}. \end{aligned} \quad (1)$$

Durch Elimination von l_z'' und b hieraus kommt man zu einer Bedingungsgleichung für stigmatische Abbildung

$$\begin{aligned} \frac{g_r + R_e}{a_e} - \frac{g_z}{a_m} &= \frac{a_e}{a_m} \\ = \frac{d}{a_m} + \frac{\Phi_m - \frac{g_m}{a_m} \Phi_m \operatorname{tg} \varepsilon'' + \frac{g_m}{a_m}}{1 - \Phi_m \operatorname{tg} \varepsilon' - \frac{g_m}{a_m} (\operatorname{tg} \varepsilon'' - \Phi_m \operatorname{tg} \varepsilon'' + 1)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Wie unten gezeigt wird, kann die Frage der Erfüllbarkeit der Bedingung $A_{33} = 0$ unabhängig von derjenigen der Bedingungen $A_{11} = A_{12} = A_{22} = 0$ und Gl. (2) behandelt werden. Diese letzteren Bedingungen stellen ein System von vier Gleichungen mit den sechs unabhängigen Variablen z , Φ_e , Φ_m , a_e/a_m , d/a_m und a_m/k' dar (vgl. Anm.¹, Abb. 1). An Stelle dieser Variablen könnten auch andere äquivalente genannt werden, z. B. L_2 an Stelle von Φ_e . Wenn man zwei dieser Variablen, etwa L_2 und d/a_m als bekannt vorgibt, kann man das System nach den anderen vier Variablen auflösen. Da der Magnetfeld-Bahnradius a_m in den Variablen vorkommt, gibt es Lösungen jeweils nur für eine Stelle der Bildgeraden. Bei brauchbaren Lösungen müssen die zuerst genannten 6 Variablen positiv sein mit Ausnahme von a_m/k' , da der Krümmungsradius k' auch negativ sein kann; die Krümmung ist dann von der Eintrittsseite her gesehen konkav. Die nu-

¹ H. LIEBL u. H. EWALD, Z. Naturforsch. 12 a, 538 [1957].

merische Durchrechnung ergab nun, daß sich keine Lösungen mit positivem d/a_m finden lassen. Wohl aber gibt es für gleichsinnige Ablenkung Lösungen, bei welchen der Abstand d sich um so mehr von der negativen Seite her Null nähert, je kleiner g_m wird, der Abstand des Bildpunktes A vom Austrittsort des Mittelstrahles aus dem Magnetfeld.

Daher wurde in folgender Weise vorgegangen: Es wird $g_m = 0$ gesetzt und ein kleiner positiver relativer Feldabstand d/a_m (z. B. = 0,1) vorgegeben. Von den Ausdrücken A_{11} , A_{12} und A_{22} können nun noch die beiden ersten unter Berücksichtigung von Gl. (2) zu Null gemacht werden. Gl. (2) hat mit $g_m = 0$ die einfachere Form

$$\frac{\frac{gr}{a_e} + \frac{R_e}{g_z}}{\frac{gr}{g_z} - 1} \frac{a_e}{a_m} = \frac{d}{a_m} + \frac{\Phi_m}{1 - \Phi_m \operatorname{tg} \varepsilon'} . \quad (3)$$

Der dritte Ausdruck, A_{22} , hat dann einen bestimmten, aber relativ kleinen Wert, d. h. es gibt einen

kleinen radialen Fehler zweiter Ordnung, der proportional zu β^2 geht. Dieser Fehler stört jedoch am wenigsten, da bei Verwendung von Elektronenstoß-Ionenquellen die Energiebreite ohnehin so gering ist² oder durch Verwendung eines Bremspotentiales in der Quelle so klein gemacht werden kann, daß die Linienverbreiterung unter der zulässigen Grenze bleibt. Es muß nur dafür gesorgt werden, daß die Beschleunigungsspannung konstant genug bleibt, z. B. durch eine früher beschriebene Regelanordnung². Den hauptsächlichen Intensitätsgewinn bekommt man ja durch die Zulässigkeit größerer Winkeldivergenzen und die stigmatische Abbildung. Wegen $g_m = 0$ und der Doppelfokussierungsbedingung erster Ordnung für gleichsinnige Ablenkung

$$\operatorname{tg} \varepsilon' = \frac{-L_2 - \sin \Phi_m}{1 - \cos \Phi_m} \quad (4)$$

$$\text{gilt} \quad \operatorname{tg} \varepsilon' = -\operatorname{ctg} \Phi_m \quad (5)$$

$$\text{und} \quad L_2 = -\operatorname{tg} \frac{\Phi_m}{2} . \quad (6)$$

Damit vereinfachen sich die Ausdrücke A_{11} , A_{12} , A_{22} ¹ für gleichsinnige Ablenkung zu

$$A_{11} = L_{11} + \frac{1}{2 \sin^2 \Phi_m} \left(\frac{a_e}{a_m} K_1 \right)^2 \left(\frac{a_m}{k' \cos \varepsilon'} - \frac{1}{\sin \Phi_m} \right), \quad (7)$$

$$A_{12} = L_{12} + \frac{K_1}{\sin^2 \Phi_m} \frac{a_e}{a_m} \left[\left(\frac{a_e}{a_m} K_2 + \frac{d}{a_m} L_2 \right) \left(\frac{a_m}{k' \cos \varepsilon'} - \frac{1}{\sin \Phi_m} \right) - L_2 \right], \quad (8)$$

$$A_{22} = L_{22} + \frac{1}{2 \sin^2 \Phi_m} \left(\frac{a_e}{a_m} K_2 + \frac{d}{a_m} L_2 \right)^2 \left(\frac{a_m}{k' \cos \varepsilon'} - \frac{1}{\sin \Phi_m} \right) - \frac{L_2}{\sin^2 \Phi_m} \left(\frac{a_e}{a_m} K_2 + \frac{d}{a_m} L_2 \right) - L_2^2 \frac{3 + \cos \Phi_m}{2 \sin \Phi_m} . \quad (9)$$

Unter Beachtung von $K_1 = 2/\varkappa^2 L_2$ folgt aus

$$A_{11} = A_{12} = 0$$

bei Elimination von a_m/k'

$$L_{12} - \frac{2 a_e}{a_m \varkappa^2 \sin^2 \Phi_m} = \varkappa^2 L_2 L_{11} \frac{a_m}{a_e} \left(\frac{a_e}{a_m} K_2 + \frac{d}{a_m} L_2 \right). \quad (10)$$

Ersetzt man hierin a_e/a_m mittels der Bedingungsgleichung für stigmatische Abbildung Gl. (3), so erhält man mit Gl. (5)

$$L_{12} - \varkappa^2 K_2 L_2 L_{11} - \frac{2}{\varkappa^2 \sin^2 \Phi_m} \frac{\frac{gr}{g_z} - 1}{\frac{gr}{a_e} + \frac{R_e}{g_z}} \left(\frac{d}{a_m} + \frac{\Phi_m}{1 + \Phi_m \operatorname{ctg} \Phi_m} \right) - \frac{d}{a_m} \frac{\frac{gr}{a_e} + \frac{R_e}{g_z}}{\frac{gr}{g_z} - 1} \frac{\varkappa^2 L_2^2 L_{11}}{\frac{d}{a_m} + \frac{\Phi_m}{1 + \Phi_m \operatorname{ctg} \Phi_m}} = 0 . \quad (11)$$

Wenn man d/a_m als fest vorgegeben annimmt, enthält diese Gleichung unter Berücksichtigung von Gl. (6) nur noch zwei unabhängige Variable, die man z. B. durch L_2 und c benennen kann. Es gibt deshalb eine Lösungskurve $c = c(L_2)$ der Gl. (11).

In Tab. 1 sind Lösungen in dem interessierenden

Bereich für $d/a_m = 0,1$ zusammengestellt. Ausgegangen wurde von der Geschwindigkeitsdispersion L_2 des elektrischen Feldes als Variabler. Damit bekommt man aus den Gl. (5) und (6) die Winkel ε' und Φ_m . Nun kann Gl. (11) durch probeweises Einsetzen verschiedener Werte von $c = a_e/R_e$ durch

² H. LIEBL u. H. EWALD, Z. Naturforschg. **11a**, 406 [1956].

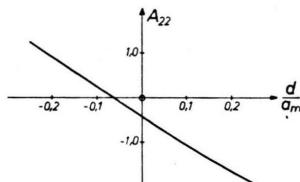
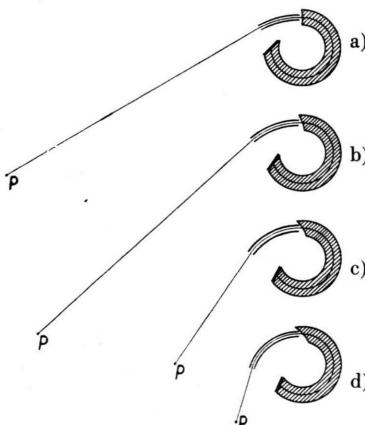
L_2	ϵ'^0	Φ_m^0	Φ_e^0	c	$\frac{g_r}{a_e}$	$\frac{a_e}{a_m}$	$\frac{a_m}{k'}$	$\frac{a_e}{q}$	A_{22}	$\frac{f_{22}}{a_m \beta^2}$
1,0	0	270,0	29,30	1,502	3,76	2,58	- 0,889	2,22	- 0,52	0,73
1,2	- 10,4	259,6	35,09	1,668	4,71	2,41	- 0,850	3,43	- 0,59	0,76
1,4	- 18,9	251,1	41,23	1,689	4,23	2,27	- 0,824	4,39	- 0,65	0,76
1,6	- 26,0	244,0	47,70	1,656	3,21	2,11	- 0,805	4,82	- 0,75	0,77
1,8	- 31,85	238,15	54,80	1,602	2,30	1,93	- 0,786	5,54	- 0,88	0,85
2,0	- 36,85	233,15	62,85	1,548	1,64	1,76	- 0,765	6,39	- 1,07	0,95
2,2	- 41,1	228,9	72,17	1,500	1,14	1,60	- 0,743	6,23	- 1,30	1,08

Tab. 1.

Interpolieren oder graphisch gelöst werden. Dann erhält man aus Gl. (3) a_e/a_m und aus Gl. (7) a_m/k' . In den letzten beiden Spalten ist jeweils der aus Gl. (9) erhaltene Wert von A_{22} und der daraus

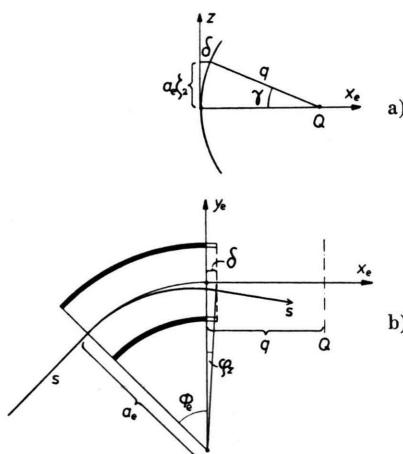
aus. Ebenso kann man zeigen, daß mit wachsendem g_m/a_m unter Einhaltung der übrigen Bedingungen $|A_{22}|$ größer wird.

In Abb. 3 sind einige Kombinationen aus Tab. 1 maßstäblich skizziert.

Abb. 2. A_{22} als Funktion von d/a_m für $L_2=2$.Abb. 3. Einige der möglichen Feldkombinationen.
a) $L_2=1,0$; b) $L_2=1,4$; c) $L_2=1,8$; d) $L_2=2,2$.

resultierende Bildfehler f_{22} aufgeführt. Er ist bei gleichem Bahnradius a_m und gleicher Geschwindigkeitsabweichung β um den Faktor 9 bis 7 kleiner als beim MATTAUCh-HERZOGSchen Apparat¹.

Um zu zeigen, wie A_{22} von d/a_m abhängt, ist in Abb. 2 für $L_2=2$ A_{22} als Funktion von d/a_m aufgetragen unter Einhaltung der übrigen Bedingungen, also $A_{11}=A_{12}=0$ und Gl. (3). Man sieht, daß A_{22} erst bei negativen Werten von d/a_m Null wird. Für andere Werte von L_2 sehen die Kurven ähnlich

Abb. 4. Toroidkondensator mit gekrümmter Austrittsstirnfläche. a) Krümmungskreis der Austrittsstirnfläche; b) Radialschnitt in der Mittelebene bzw. in der Höhe des Strahles s .

Die Bedingung $A_{33}=0$ schließlich läßt sich bei Verwendung eines Toroidkondensators mit ebenen Stirnflächen nicht erfüllen. Da diese Bedingung Strahlen betrifft, die außerhalb der (x, y) -Ebene verlaufen, läßt sie sich beeinflussen, indem man den Winkel des elektrischen Feldes Φ_e in axialer Richtung veränderlich macht. Das geschieht durch Krümmung einer oder beider Stirnflächen des Kondensators.

In den Abb. 4 a und b ist das elektrische Feld gezeichnet für den Fall, daß die Stirnfläche der Austrittsseite zylindrisch gekrümmkt ist (Krümmungsradius q , Krümmungsachse Q). Ein Strahl s , der unter dem axialen Winkel α_z das Feld betritt³, ver-

³ H. EWALD u. H. LIEBL, Z. Naturforschg. 10 a, 872 [1955].

lässt es in der Höhe $a_e \zeta_2$. Er läuft um den Winkel $\varphi_z = \delta/a_e$ länger im Feld als ein Strahl, der in der (x_e, y_e) -Ebene bleibt.

Es ist

$$\begin{aligned} \varphi_z &= \frac{\delta}{a_e} = \frac{q(1-\cos\gamma)}{a_e} = \frac{1}{2} \frac{a_e}{q} \zeta_2^2 \\ &= \frac{a_e}{2q} \left(\frac{\cos \sqrt{c} \Phi_e}{\kappa \operatorname{tg} \kappa \Phi_e} + \frac{\sin \sqrt{c} \Phi_e}{\sqrt{c}} \right)^2 \alpha_z'^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Entsprechend ist die radiale Neigung dy_e/dx_e des austretenden Strahles um den von zweiter Ordnung kleinen Winkel φ_z kleiner als bei ebener Stirnfläche. Die radiale Gleichung des austretenden Strahles [siehe Gl. (31), Anm. 4] lautet daher jetzt

$$\begin{aligned} y_e &= a_e [K_1 \alpha_r' + K_2 \beta + K_{11} \alpha_r'^2 + K_{12} \alpha_r' \beta + K_{22} \beta^2 \\ &\quad + K_{33} \alpha_z'^2] + x_e [L_2 \beta + L_{11} \alpha_r'^2 + L_{12} \alpha_r' \beta \\ &\quad + L_{22} \beta^2 + (L_{33} + l_{33}) \alpha_z'^2] \end{aligned}$$

mit

$$l_{33} = - \frac{a_e}{2q} \left(\frac{\cos \sqrt{c} \Phi_e}{\kappa \operatorname{tg} \kappa \Phi_e} + \frac{\sin \sqrt{c} \Phi_e}{\sqrt{c}} \right)^2. \quad (13)$$

$$\begin{aligned} y_e &= a_e \left[K_1 (\alpha_r' - \varphi_z) + K_2 \beta + K_4 \frac{g_r}{a_e} \varphi_z + K_{11} \alpha_r'^2 + K_{12} \alpha_r' \beta + K_{22} \beta^2 + K_{33} \alpha_z'^2 \right] \\ &\quad + x_e \left[L_2 \beta + L_4 \frac{g_r}{a_e} \varphi_z + L_{11} \alpha_r'^2 + L_{12} \alpha_r' \beta + L_{22} \beta^2 + L_{33} \alpha_z'^2 \right] \\ &= a_e [K_1 \alpha_r' + K_2 \beta + K_{11} \alpha_r'^2 + K_{12} \alpha_r' \beta + K_{22} \beta^2 + (K_{33} + k_{33}) \alpha_z'^2] \\ &\quad + x_e [L_2 \beta + L_{11} \alpha_r'^2 + L_{12} \alpha_r' \beta + L_{22} \beta^2 + (L_{33} + l_{33}) \alpha_z'^2] \end{aligned}$$

$$\text{mit } k_{33} = \frac{a_e}{2q} \frac{\operatorname{ctg}^2 \kappa \Phi_e}{\kappa^2} \left(K_4 \frac{\operatorname{ctg} \kappa \Phi_e}{\kappa} - K_1 \right), \quad (16)$$

$$l_{33} = \frac{a_e L_4}{2q} \frac{\operatorname{ctg}^3 \kappa \Phi_e}{\kappa^3} = - \frac{a_e}{2q} \frac{\operatorname{ctg}^2 \kappa \Phi_e}{\kappa^2} \cos \kappa \Phi_e.$$

Die Bedingung $A_{33} = L_{33} + \frac{1}{2} L_2 P^2 = 0$ ist bei Vorhandensein einer Krümmung der einen oder anderen Stirnfläche zu ersetzen durch

⁴ H. EWALD u. H. LIEBL, Z. Naturforschg. **12a**, 28 [1957].

Die Koeffizienten K und L sind hierbei für den mittleren Umlenkinkel Φ_e in der Ebene $\zeta = 0$ anzusetzen.

Ist nicht die Stirnfläche auf der Austrittsseite, sondern die auf der Eintrittsseite zylindrisch gekrümmt (q positiv, wenn Zylinderachse Q in der Ebene $\zeta = 0$ vor der Eintrittsfläche liegt), dann erfahren die in der Höhe $a_e \zeta_1$ eintretenden Ionen verglichen mit dem Fall der ebenen Eintrittsfläche eine Vorablenkung

$$\varphi_z = \frac{a_e}{2q} \zeta_1^2 = \frac{a_e}{2q} \frac{\operatorname{ctg}^2 \kappa \Phi_e}{\kappa^2} \alpha_z'^2. \quad (14)$$

Das ist so, als ob sie bei ebener Eintrittsfläche nicht vom Punkt P , sondern von einem im Abstand $a_e \varrho_0$ seitlich in der Ebene $\zeta = 0$ danebenliegenden Punkt herkämen. Es ist

$$\varrho_0 = \frac{g_r}{a_e} \varphi_z = \frac{a_e}{2q} \frac{\operatorname{ctg}^3 \kappa \Phi_e}{\kappa^3} \alpha_z'^2. \quad (15)$$

Die Gleichung des aus dem Felde austretenden Strahles lautet dann ⁴ mit $L_1 = 0$

$$A_{33} = L_{33} + l_{33} + \frac{1}{2} L_2 P^2 = 0. \quad (17)$$

Da der Krümmungsradius q beliebig positiv oder negativ wählbar ist, kann A_{33} in jedem Fall zu Null gemacht werden. Tab. 1 enthält in der drittletzten Spalte für die dort gerechneten Beispiele die notwendigen a_e/q -Werte für den Fall, daß die Austrittsstirnfläche gekrümmt ist.